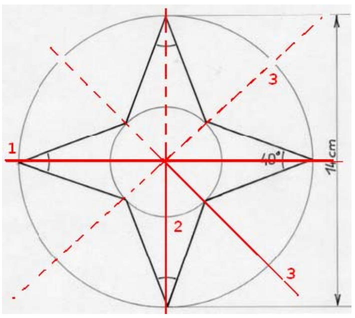
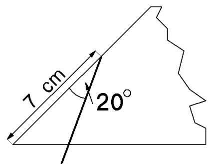
Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte 2008

Exercice 1 : Mais où allons-nous ?

Après que la décision d'aller à Athènes a été prise, un partisan de Berlin pourra faire remarquer qu'une majorité d'élèves (13 contre 12) préfèrent Berlin à Athènes. Démocratiquement, on changera donc de destination pour Berlin. Mais alors les partisans de Cordoue pourront faire valoir qu'une majorité d'élèves (13 contre 12) préfèrent Cordoue à Berlin. C'est le retour au choix initial. Ces contestations n'auront plus de fin. Cette situation indécidable a été mise en évidence par le philosophe et mathématicien Nicolas Condorcet (1743-1794).

Exercice 2 : Justin coup





On plie la feuille 3 fois, on trace un trait comme indiqué … puis on donne juste un coup de ciseaux avant de déplier.

Exercice 3 : Trichromix

Il y a 3 couleurs donc **3 tétraèdres monocolores**.
Les tétraèdres bicolores sont de deux sortes :

- avec 3+1 faces : seul le choix des couleurs importe. Il y a donc 3×2=6 tétraèdres de ce type.
- avec 2+2 faces : seul le choix des couleurs importe.

Il y a 3 façons de choisir 2 couleurs parmi 3, donc **3** tétraèdres de ce type.
Les **tétraèdres tricolores** ont 2 faces de la même couleur. On choisit parmi 3 couleurs pour ces faces. Les faces restantes prennent les couleurs restantes (par symétrie, on ne trouve, une fois la couleur des 2 premières faces choisie, qu'un seul tétraèdre de ce type). Ainsi il y a **3** tétraèdres tricolores.
Il y a donc en tout : 3+6+3+3 = 15 tétraèdres.

Exercice 4 : Calendrier cubique

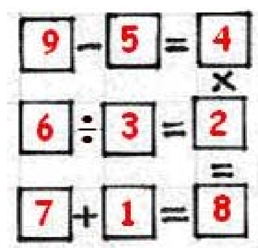
0, 1 et **2** doivent pouvoir être associés à tous les autres chiffres. Ils **devront être représentés sur les deux dés**.
Restent donc **six** faces libres pour les **sept** chiffres restants. Pierre s'en sortira en dessinant un chiffre **9** tel que si on le retourne, on puisse lire **6 :** en effet 9 et 6 ne sont jamais utilisés simultanément.

Exercice 5 : Dimensions sucrées

Soient x, y et z les nombres de sucres dans chaque direction.
Le nombre 252 se décompose comme produit de 3 nombres de diverses façons :
Si on considère que $9 \approx 2\times4$ et $7 \approx 1{,}5\times4$, **la boîte contient 4 sucres dans le sens de la hauteur, 7 en largeur et 9 en longueur**.
Les autres cas ne conviennent pas.

x	y	z
2	3	42
2	6	21
2	9	14
3	4	21
3	6	14
4	**7**	**9**
6	6	7

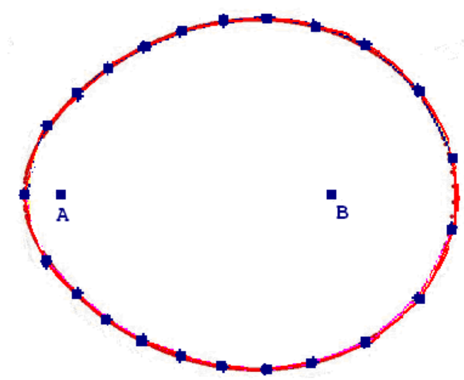
Exercice 6 : Faux sudoku



Voici l'une des 2 solutions. (Le 7 et le 1 peuvent être échangés)

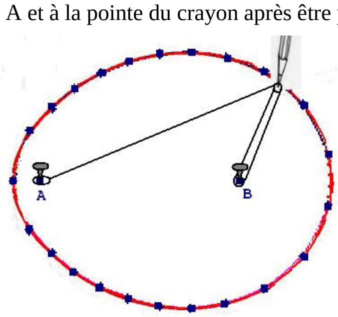
Exercice 7 : L'ove story

MA	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	116
MB	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	37



Chaque paire de valeurs fournit deux points M symétriques par rapport à l'axe (AB). C'est ainsi que les poules produisent leurs œufs…

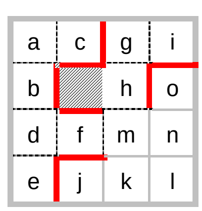
Remarque : on peut construire cette courbe grâce à un dispositif mécanique avec des clous et de la ficelle comme illustré ci-dessous : la ficelle est fixée en A et à la pointe du crayon après être passée derrière le clou B.

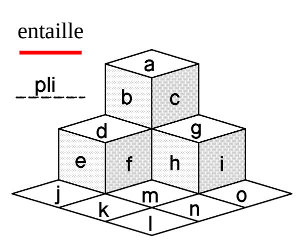


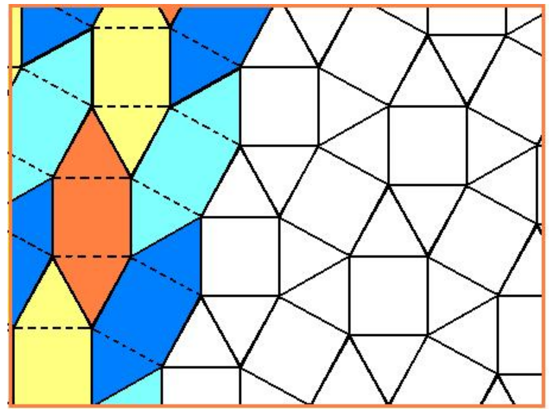
Exercice 8 : Le podium du concours

Voici une solution parmi d'autres :

La face hachurée sert à consolider la maquette par collage.







Exercice 9 : Aire Jurassique

La partie droite de la figure ci-contre montre le motif du dallage. (première question)
On peut remarquer que ce dallage est composé par juxtaposition « en épi » d'éléments composés de 2 triangles et 1 carré (voir ci-contre).
Chacun de ces éléments peut constituer une unité de pavage. L'aire d'un de ces éléments est (900+2×390) cm², soit 0,168 m². Pour couvrir 100 m², il faudra à peu près 100/0,168 de ces éléments, c'est à dire 595 carrés et 1190 triangles environ, ou **600 carrés et 1200 triangles** si l'on, arrondit plus grossièrement.

Exercice 10 : Transat, l'antique

En appliquant l'égalité de Pythagore dans les triangles ABE_3 , puis ABE_1, il vient AB = 40 cm puis $AE_1 = 10\sqrt{7}$ cm.

L'intervalle entre les encoches est donc $25-5\sqrt{7}$ cm .

Alors $AE_4 = 75-5\sqrt{7} \approx 61{,}8$ cm et $AE_5 = 100-10\sqrt{7} \approx 73{,}5$cm.

D'après l'inégalité triangulaire **E_4 est accessible, mais E_5 est trop lointaine**, puisque AB + BC = 70 cm.

Spécial Seconde

Exercice 11 : Multiplissime

Un nombre est multiple de 2, 3 et 5 si et seulement s'il est multiple de 30. L'écriture décimale de notre nombre se termine donc forcément par 0.
De plus, la somme des ses chiffres doit être elle même un multiple de 30. Le plus petit qui soit est 30.
Pour écrire 30 en somme de chiffres, il faut au moins 4 chiffres.
Le plus petit nombre satisfaisant les conditions requises est **39 990**.

Exercice 12 : Jus d'eau

Marcel boit un premier verre qui contient 100% de jus de fruits. Son 2ème verre est à 75%. Le 3ème verre à 0,75 × 75% soit 56,25 %. On a une suite géométrique de raison 0,75. Ainsi, son 11ème verre est à 5,6% et le 12ème à 4,2%, de même que les trois suivants puisqu'il a atteint la "cote de fadeur". Marcel peut donc boire en tout **15 verres**.

Verre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
%	100	75	56,25	42,19	31,64	23,73	17,80	13,35	10,01	7,51	5,63	4,22	4,22	4,22	4,22

Exercice 13 : La chasse est ouverte

Soit v la vitesse de Julien en km/h. Celle du peloton est donc $1{,}25v$.

Pour faire les 25 derniers kilomètres, il faut à Julien $\frac{25}{v}$ heures et au peloton $\frac{25}{1{,}25v}$ heures ; d'où l'inéquation :

$\frac{25}{v} \leqslant \frac{25}{1{,}25v}+\frac{8}{60}$ solution : $v \geqslant 37{,}5$ km/h. Si Julien roule à plus de 37,5 km/h, il peut espérer gagner cette course.

Résolution sans équation :

La vitesse du peloton est 5/4 de celle de Julien**. Le peloton fait 5 km pendant que Julien en fait 4**.

Il n'arrivera pas à rattraper Julien si ce dernier est à moins 20 km de l'arrivée. Il était à 25 km il y a 8 min. Il a donc dû faire plus de 5 km en 8 min.

Sa vitesse doit donc être supérieure à **5/8 km/min** soit **37,5 km/h**.